

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ - ΑΚΕΡΑΙΟΙ – ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ (Ενότητα 4)

A.

1. Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίστροφοι; Δώστε ένα παράδειγμα.
Δύο αριθμοί είναι αντίστροφοι όταν το γινόμενο τους είναι η μονάδα.
π.χ. 6 , $\frac{1}{6}$
2. Γράψετε το σύνολο των ακεραίων αριθμών.
 $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, \dots\}$
3. Ποιοι αριθμοί λέγονται ετερόσημοι; Δώστε ένα παράδειγμα.
Δύο αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο ονομάζονται ετερόσημοι.
π.χ. $-3, +8$
4. Το γινόμενο δύο ετεροσήμων αριθμών είναι αρνητικός αριθμός . Δώστε ένα παράδειγμα. $(-5) \cdot (+3) = -15 < 0$
5. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

Αριθμός	Αντίθετος	Αντίστροφος	Απόλυτη τιμή
7	-7	$\frac{1}{7}$	7
$-2,7 = -\frac{27}{10}$	+2,7	$-\frac{10}{27}$	2,7
$-\frac{9}{5}$	$\frac{9}{5}$	$-\frac{5}{9}$	$\frac{9}{5}$
2	-2	$\frac{1}{2}$	2
-2	2	$-\frac{1}{2}$	

B. Να κάνετε τις πράξεις:

1. $(+3) + (+11) = +14$
2. $(-5) + (-8) = -13$
3. $(+12) + (-3) = +9$
4. $(+8) + (-15) = -7$
5. $(+7) - (+5) = +7 - 5 = +2$
6. $-(-6) + (-2) = +6 - 2 = +4$
7. $|+9| + (-5) = +9 - 5 = +4$
8. $|-11| - |-2| = +11 - (+2) = +11 - 2 = +9$
9. $(+15) : (-3) = -5$
10. $(-3) \cdot (-4) = +12$
11. $-3 \cdot (+8) = -24$
12. $(+20) : (+4) = +5$

Γ. Να βάλετε το κατάλληλο σύμβολο ($>$, $=$, $<$) μεταξύ των αριθμών:

$$\begin{array}{lll} -2 \dots < \dots + 2 & | +12 | \dots < \dots | -20 | & | -2 | \dots > \dots - 2 \\ (-2)(-3) \dots = \dots (+2)(+3) & -10 \dots < \dots + 2 - 5 & -| -1 | \dots < \dots - (-1) \end{array}$$

Δ. Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να ισχύουν οι πιο κάτω σχέσεις:

Αν $\chi + \psi = 0$, τότε οι χ και ψ είναιΑΝΤΙΘΕΤΟΙ.....

Αν $\chi \cdot \psi > 0$ τότε οι χ και ψ είναιΟΜΟΣΗΜΟΙ.....

Αν $\alpha \cdot \beta > 0$ και $\alpha + \beta < 0$, τότε τα α και β είναιΟΜΟΣΗΜΟΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ.....

Αν $\frac{\chi}{\psi} < 0$, τότε οι χ και ψ είναιΕΤΕΡΟΣΗΜΟΙ.....

Ε. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

$$\begin{array}{llllll} (+7)^2 = +49 & (+1)^4 = +1 & (-4)^2 = +16 & (-2)^5 = -32 & (-11)^1 = -11 & (-1)^{11} = -1 \\ -7^2 = -49 & -(-1)^{15} = +1 & (3-5)^3 = -8 & (5-2)^2 = +9 & (-1,2)^0 = 1 & -9^0 = -1 \end{array}$$

ΣΤ. Να κάνετε τις πράξεις:

1. $+5 - 7 + 11 - 22 = +5 + 11 - 7 - 22 = +76 - 29 = -13$
2. $(+11) - (+4) - (-8) + (-1) = +11 - 4 + 8 - 1 = +11 + 8 - 4 - 1 = +19 - 5 = +14$
3. $(+13 - 5) - (+3 - 2 + 1) = (+8) - (+2) = +8 - 2 = +6$
4. $(18 - 22) : (-2) + 5 \cdot (-3) = (-4) : (-2) + 5 \cdot (-3) = +2 - 15 = -13$

$$5. [-5 + 6 \cdot (-3)] = -5 - 18 = -23$$

$$6. 4 \cdot (-10 + 15) - |-23 + 17| = 4 \cdot (+5) - |-6| = +20 - (+6) = +20 - 6 = +14$$

$$7. \frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \left(+\frac{5}{6}\right) - \left(+\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 4 - 1 \cdot 3 + 5 \cdot 2 - 1 \cdot 6}{12}$$

$$= \frac{8 - 3 + 10 - 6}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$8. \left(+\frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(+\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{2}{1}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$9. \frac{3\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{4}{9}} = \frac{\frac{7}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{4}{9}} = \frac{\frac{21-2}{6}}{\frac{4}{9}} = \frac{\frac{19}{6}}{\frac{4}{9}} = \frac{19 \cdot 9}{6 \cdot 4} = \frac{57}{8}$$

$$10. \frac{(-4+1)(-3) + (-27) : (-6-3)}{(-10+2) : (+2)} = \frac{(-3) \cdot (-3) + (-27) : (-9)}{(-8) : (+2)} = \frac{+9+3}{-4}$$

$$= \frac{+12}{-4} = +3$$

$$11. -5^2 - (-3)^2 + 8 = -25 - (+9) + 8 = -25 - 9 + 8 = -34 + 8 = -26$$

$$12. (-2)^3 - (-3)^2 - (+2)^4 = (-8) - (+9) - (+16) = -8 - 9 - 16 = -33$$

$$13. 9^2 - 4 \cdot (-2)^2 = 81 - 4 \cdot (+4) = 81 - 16 = 65$$

$$14. (5-3)^2 + (-1)^8 = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$15. (-2) \cdot (+3) \cdot (-4) = -24$$

$$16. \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{5}$$

$$17. [+2 - 4(-3) \cdot (+1)] - (-2) : (-1) = (+2 + 12) - (+2) = +14 - 2 = +12$$

Z. Αν $\chi = -1$ και $\psi = +2$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων :

$$1) \chi + 4 + \psi = (-1) + 4 + (+2) = -1 + 6 = +5$$

$$2) \psi^3 - 3\chi - 3 = (+2)^3 - 3 \cdot (-1) - 3 = +8 + 3 - 3 = +8$$

$$3) \frac{\chi\psi - 5\chi + 5}{2\psi\chi} = \frac{(-1) \cdot (+2) - 5 \cdot (-1) + 5}{2 \cdot (+2) \cdot (-1)} = \frac{-2 + 5 + 5}{-4} = \frac{-2 + 10}{-4} = \frac{+8}{-4} = -2$$

$$4) \frac{\chi\psi + 3\psi}{\chi^2} = \frac{(-1) \cdot (+2) + 3 \cdot (+2)}{(-7)^2} = \frac{-2 + 6}{+1} = +4$$

$$5) |\chi + \psi| + 2\psi - 3\chi = |(-1) + (+2)| + 2 \cdot (+2) - 3 \cdot (-7) \\ = |+1| + 4 + 3 = 7 + 4 + 3 = +8$$

$$6) \frac{5(\chi - \psi) + 2\chi\psi}{\chi^2} = \frac{5 \cdot [(-1) - (+2)] + 2 \cdot (-1) \cdot (+2)}{(-1)^2} = \frac{5 \cdot (-1 - 2) - 4}{+1} \\ = 5 \cdot (-3) - 4 = -15 - 4 = -19$$

Η. Να λύσετε τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\alpha) \chi + 5 - 2\chi = 3 + \chi \Rightarrow x - 2x - x = 3 - 5 \Rightarrow -2x = -2 \Rightarrow x = \frac{2}{2} = +1$$

$$\beta) 3(2 + \gamma) = -18 \quad 6 + 3\gamma = -18 \Rightarrow 3\gamma = -18 - 6 \Rightarrow 3\gamma = -24 \Rightarrow \gamma = -\frac{24}{3} = -8$$

$$\gamma) 7(\beta - 1) = 5(3\beta - 2) - 5 \Rightarrow 7\beta - 7 = 15\beta - 10 - 5 \Rightarrow 7\beta - 15\beta = -15 + 7 \\ \Rightarrow -8\beta = -8 \Rightarrow \beta = \frac{8}{8} = +1$$

$$\delta) \frac{\chi}{3} + \frac{2\chi}{5} = 3 \Rightarrow 5x + 3 \cdot 2x = 3 \cdot 15 \Rightarrow 5x + 6x = 45 \Rightarrow 11x = 45 \Rightarrow x = \frac{45}{11}$$

$$\epsilon) \frac{2(\omega - 3)}{5} - \frac{\omega + 2}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 8 \cdot (\omega - 3) - 5 \cdot (\omega + 2) = -10$$

$$\Rightarrow 8\omega - 24 - 5\omega - 10 = -10 \Rightarrow 8\omega - 5\omega = -10 + 24 + 10 \Rightarrow 3\omega = 24 \Rightarrow \omega = \frac{24}{3} = 8$$

$$\sigma\tau) \frac{\alpha - 1}{4} - \frac{2\alpha + 3}{2} + 1 = \alpha - 1 \Rightarrow a - 1 - 2 \cdot (2a + 3) + 4 = 4 \cdot (a - 1)$$

$$\Rightarrow a - 1 - 4a - 6 + 4 = 4a - 4 \Rightarrow a - 4a - 4a = -4 + 1 + 6 - 4$$

$$\Rightarrow -7a = -1 \Rightarrow a = \frac{-1}{-7} = \frac{1}{7}$$

Θ. Να λύσετε τα πιο κάτω προβλήματα: (Να λυθούν με τη χρήση εξίσωσης)

α) Ένα Γυμνάσιο έχει συνολικά 650 μαθητές. Η Α' τάξη έχει 20 μαθητές περισσότερους από τη Β' τάξη και η Γ' τάξη έχει 12 μαθητές λιγότερους από τη Β' τάξη. Πόσους μαθητές έχει κάθε τάξη;

Α' τάξη	$x + 20$
Β' τάξη	x
Γ' τάξη	$x - 12$

$$x + x + 20 + x - 12 = 650 \Rightarrow 3x + 8 = 650$$
$$\Rightarrow 3x = 650 - 8 \Rightarrow 3x = 642$$
$$\Rightarrow x = \frac{642}{3} \Rightarrow x = 214$$

Και $x + 20 = 214 + 20 = 234$

$$x - 12 = 214 - 12 = 202$$

Απάντηση: οι μαθητές της Α' τάξης είναι 234, της Β' 214 και της Γ' 202.

β) Έχω 50 χαρτονομίσματα των €10 και €20. Τα χρήματα μου έχουν συνολική αξία €650. Πόσα χαρτονομίσματα από το κάθε είδος έχω;

Χαρτονομίσματα των 10€	x	$10x$ €
Χαρτονομίσματα των 20€	$50 - x$	$20(50 - x)$ €

$$10x + 20(50 - x) = 650$$
$$10x + 1000 - 20x = 650 \Rightarrow -10x = 650 - 1000$$
$$-10x = -350 \Rightarrow x = \frac{-350}{-10} \Rightarrow x = 35$$

Και $50 - x = 50 - 35 = 15$

Απάντηση: Έχουμε 35 χαρτονομίσματα των 10€ και 15 των 20€.

γ) Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο και $ΑΓ = 3x - 7$ και $ΒΓ = 5x - 19$. Να υπολογίσετε την περίμετρο του.

Το τρίγωνο είναι ισόπλευρο, άρα όλες οι πλευρές είναι ίσες. Έτσι $ΑΓ = ΒΓ$
 $\Rightarrow 3x - 7 = 5x - 19 \Rightarrow 3x - 5x = -19 + 7 \Rightarrow -2x = -12 \Rightarrow x = \frac{-12}{-2} = 6$
 $\Rightarrow ΑΓ = 3x - 7 = 3 \cdot 6 - 7 = 18 - 7 = 11$ μ.

Επομένως,

$$\Pi = 3 \cdot 11 = 33 \text{ μ.}$$

δ) Η Ρεβέκκα έχει €4 περισσότερα από το τριπλάσιο των χρημάτων της Χριστίνας. Αν η Ρεβέκκα, δώσει €4 στην Χριστίνα τότε η Ρεβέκκα θα κρατά διπλάσια χρήματα από την Χριστίνα. Πόσα χρήματα κρατεί η καθεμιά;

Ρεβέκκα	$3x + 4$	$3x + 4 - 4$
Χριστίνα	x	$x + 4$

$$3x + 4 - 4 = 2(x + 4)$$
$$\Rightarrow 3x = 2x + 8 \Rightarrow 3x - 2x = 8$$
$$\Rightarrow x = 8$$

Και $3x + 4 = 24 + 4 = 28$

Απάντηση: Η Χριστίνα κρατά 8€ και η Ρεβέκκα 28€