

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ (Ενότητα 6)

1. Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις παρακάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό:

α. Μια γωνία  $89^\circ$  είναι αμβλεία.

ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

β. Όλα τα ευθύγραμμα τμήματα έχουν μόνο ένα άκρο.

ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

γ. Από ένα σημείο περνούν άπειρες ευθείες.

ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

δ. Η παραπληρωματική οξείας γωνίας είναι οξεία.

ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

ε. Μια πλήρης γωνία είναι  $180^\circ$

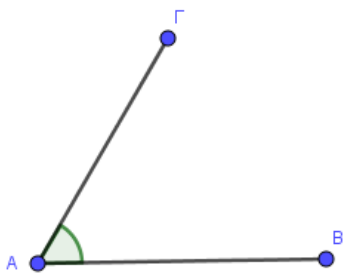
ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

στ. Δύο συμπληρωματικές γωνίες είναι πάντοτε οξείες

ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

2. Ποια γωνιά λέγεται οξεία; Σχεδιάσε και ονόμασε μια οξεία γωνία.

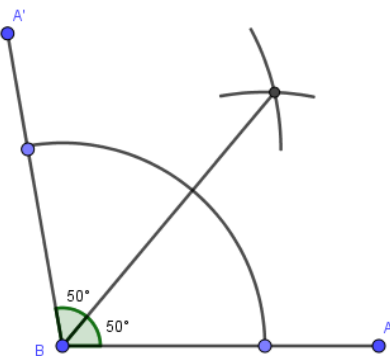
Οξεία γωνία ονομάζεται η γωνία που είναι μικρότερη από  $90^\circ$  και μεγαλύτερη από  $0^\circ$ .



$$0^\circ < B\hat{A}G < 90^\circ$$

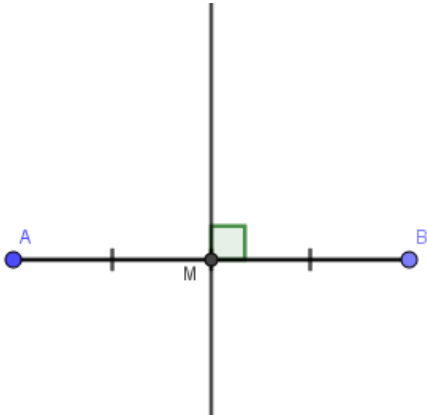
3. Τι ονομάζουμε διχοτόμο μιας γωνίας;

Σχεδιάσε μια τυχαία γωνία και φέρε την διχοτόμο της με την χρήση διαβήτη.



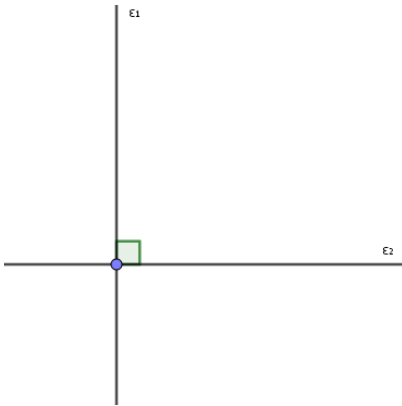
Διχοτόμος γωνίας είναι η ημιευθεία με αρχή την κορυφή της γωνίας η οποία χωρίζει την γωνία σε δύο ίσα μέρη.

4. Τι λέγεται μεσοκάθετη ευθύγραμμου τμήματος.  
Σχεδίασε ένα ευθύγραμμο τμήμα  $KL = 5\text{cm}$  και φέρε τη μεσοκάθετή του.



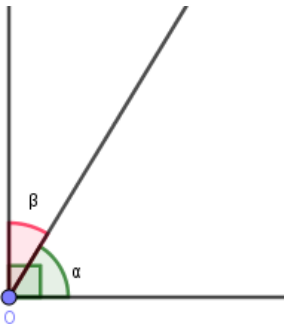
Μεσοκάθετη ευθύγραμμου τμήματος ονομάζεται η ευθεία που είναι κάθετη στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος.

5. Πότε δύο ευθείες λέγονται κάθετες μεταξύ τους; Σχεδίασε δύο κάθετες ευθείες.



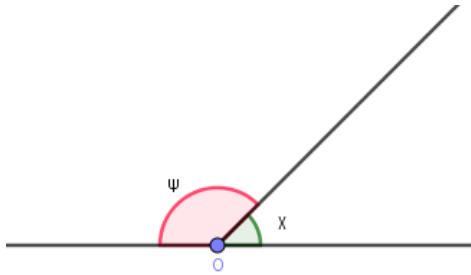
Δύο ευθείες είναι κάθετες μεταξύ τους όταν η γωνία που σχηματίζουν μεταξύ τους είναι  $90^\circ$ . Συμβολίζουμε  $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$ .

6. Πότε δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές; Σχεδίασε δύο συμπληρωματικές γωνίες.



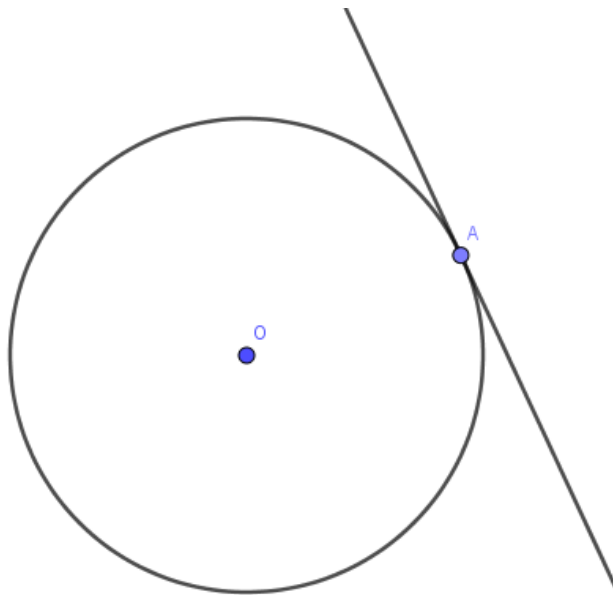
Δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές όταν έχουν άθροισμα  $90^\circ$ .  $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ$

7. Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές; Σχεδιάσε δύο παραπληρωματικές γωνίες.

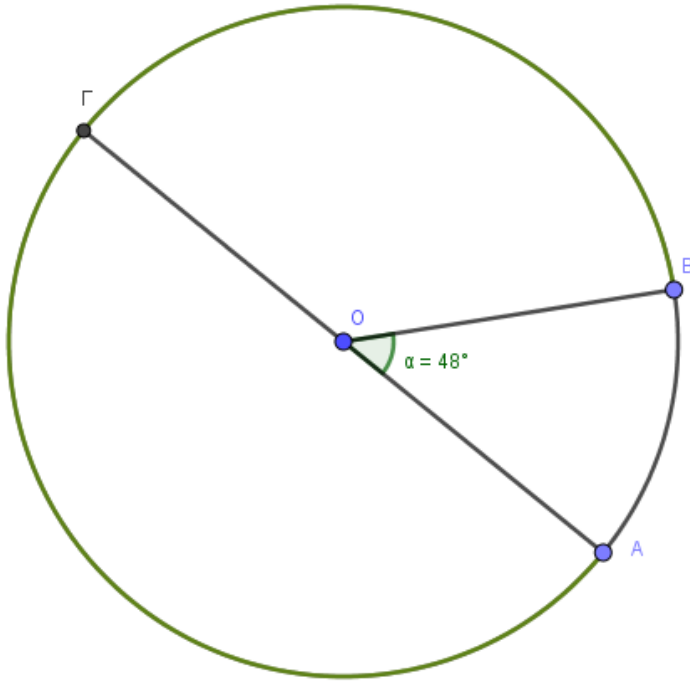


Δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές όταν έχουν άθροισμα  $180^\circ$ .  $\hat{\chi} + \hat{\psi} = 180^\circ$

8. Να σχεδιαστεί κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ίση με 3 cm και να σημειωθεί σημείο A πάνω στον κύκλο. Να φέρετε την εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο A.



9. Να σχεδιαστεί κύκλος με κέντρο  $O$  και διάμετρο  $AG$  ίση με  $8\text{ cm}$ . Να σχηματίσετε επίκεντρη γωνιά  $\widehat{AOB}$  ίση με  $48^\circ$  και να υπολογίσετε το τόξο  $AGB$ .



$$\text{τόξο } AGB = 360 - 48 = 312^\circ$$

10. Να βρείτε το είδος των πιο κάτω γωνιών : (οξεία, αμβλεία, πλήρης, ορθή, μη κυρτή, μηδενική, ευθεία)

$123^\circ$  αμβλεία

$90^\circ$  ορθή

$89^\circ$  οξεία

$200^\circ$  μη κυρτή

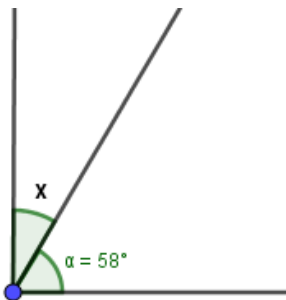
$180^\circ$  ευθεία

$91^\circ$  αμβλεία

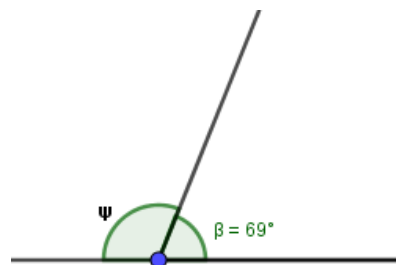
$360^\circ$  πλήρης

$0^\circ$  μηδενική

11. Να βρείτε την συμπληρωματική των  $58^\circ$  και την παραπληρωματική των  $69^\circ$ .

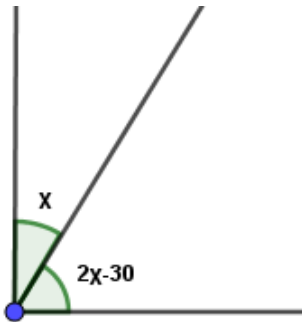


$$\begin{aligned} x + 58 &= 90 \text{ (συμπληρωματικές)} \\ \Rightarrow x &= 90 - 58 \\ \Rightarrow x &= 32^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x + 69 &= 180 \text{ (παραπληρωματικές)} \\ \Rightarrow x &= 180 - 69 \\ \Rightarrow x &= 111^\circ \end{aligned}$$

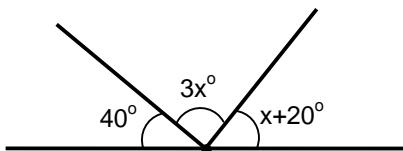
12. Μια γωνία είναι  $30^\circ$  μικρότερη από το διπλάσιο της συμπληρωματικής της.  
 Να βρεθούν οι δύο γωνίες. (Να γίνει σχήμα – εξίσωση)



$$\begin{aligned} x + 2x - 30 &= 90 \text{ (συμπληρωματικές)} \\ \Rightarrow x + 2x &= 90 + 30 \\ \Rightarrow 3x &= 120 \\ \Rightarrow x &= \frac{120}{3} \\ \Rightarrow x &= 40^\circ \end{aligned}$$

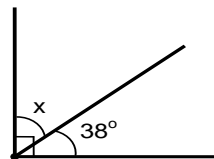
13. Να υπολογίσετε το  $x$  στα πιο κάτω σχήματα. (Να σχηματιστεί εξίσωση και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

α)



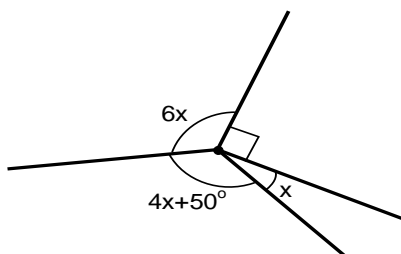
$$\begin{aligned} 40 + 3x + x + 20 &= 180 \text{ (ευθεία γωνία)} \\ \Rightarrow 3x + x &= 180 - 20 - 40 \\ \Rightarrow 4x &= 120 \\ \Rightarrow x &= \frac{120}{4} \\ \Rightarrow x &= 30^\circ \end{aligned}$$

β)



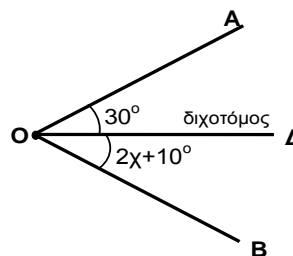
$$\begin{aligned} x + 38 &= 90 \text{ (ορθή γωνία)} \\ \Rightarrow x &= 90 - 38 \\ \Rightarrow x &= 52^\circ \end{aligned}$$

γ)



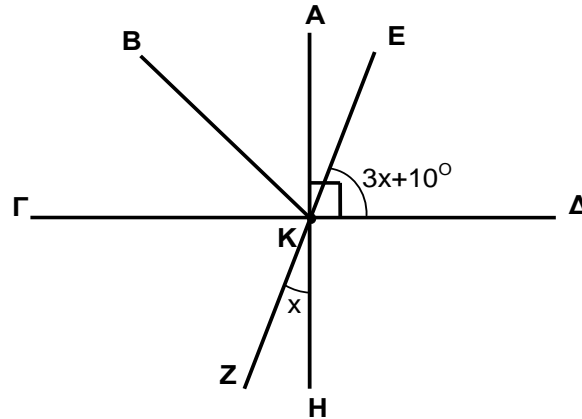
$$\begin{aligned} 6x + 4x + 50 + x + 90 &= 360 \text{ (πλήρης γωνία)} \\ 6x + 4x + x &= 360 - 50 - 90 \\ 11x &= 220 \\ x &= \frac{220}{11} \\ x &= 20 \end{aligned}$$

δ)



$$\begin{aligned} 2x + 10 &= 30 \text{ (ΟΔ διχοτόμος)} \\ 2x &= 30 - 10 \\ 2x &= 20 \\ x &= \frac{20}{2} \\ x &= 10 \end{aligned}$$

14. Στο πιο κάτω σχήμα η KB είναι διχοτόμος της γωνίας AKΓ,  $\widehat{E\hat{K}\Delta} = 3\chi + 10^\circ$ ,  $\widehat{Z\hat{K}H} = \chi$  και η KA είναι κάθετη στη ΔΓ. Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\widehat{\chi}$ ,  $\widehat{B\hat{K}A}$ ,  $\widehat{\Gamma\hat{K}Z}$ ,  $\widehat{B\hat{K}E}$ ,  $\widehat{Z\hat{K}\Delta}$  (Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)



$$\begin{aligned} \widehat{A\hat{K}E} = \widehat{Z\hat{K}H} = \chi & \text{ (κατακορυφήν γωνίες)} \\ \Rightarrow \chi + 3\chi + 10 = 90 & \text{ (ορθή γωνία)} \\ \Rightarrow \chi + 3\chi = 90 - 10 \\ \Rightarrow 4\chi = 80 \\ \Rightarrow \chi = \frac{80}{4} \\ \Rightarrow \chi = 20^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{\Gamma\hat{K}B} = \widehat{B\hat{K}A} = \psi & \text{ (KB διχοτόμος)} \\ \Rightarrow \psi + \psi = 90 & \text{ (ορθή γωνία)} \\ \Rightarrow 2\psi = 90 \\ \Rightarrow \psi = \frac{90}{2} \\ \Rightarrow \psi = 45^\circ \end{aligned}$$

$$\widehat{\Gamma\hat{K}Z} = \widehat{E\hat{K}\Delta} = 3 \cdot \chi + 10 = 3 \cdot 20 + 10 = 70^\circ \text{ (κατακορυφήν)}$$

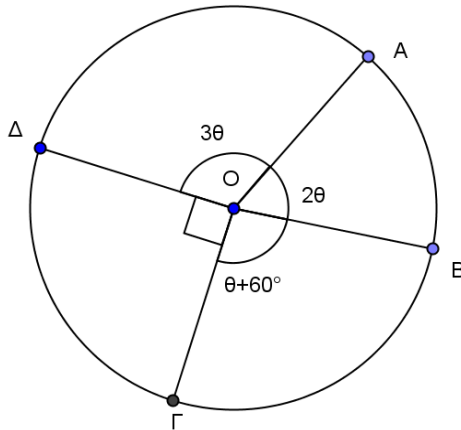
$$\widehat{B\hat{K}E} = \widehat{B\hat{K}A} + \widehat{A\hat{K}E} = 45 + 20 = 65^\circ$$

$$\widehat{Z\hat{K}\Delta} = \widehat{Z\hat{K}H} + \widehat{H\hat{K}\Delta} = 20 + 90 = 110^\circ$$

15. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ένας κύκλος με κέντρο O. Να υπολογίσετε

α) το  $\theta$ . (με εξίσωση)

β) Να υπολογίσετε τα τόξα: (i)  $A\hat{D}B$  (ii)  $A\hat{B}D$



$$\begin{aligned}
 (\alpha) \quad 3\theta + 2\theta + \theta + 60 + 90 &= 360 \text{ (πλήρης γωνία)} \\
 \Rightarrow 3\theta + 2\theta + \theta &= 360 - 60 - 90 \\
 \Rightarrow 6\theta &= 210 \\
 \Rightarrow \theta &= \frac{210}{6} \\
 \Rightarrow \theta &= 35^\circ
 \end{aligned}$$

$$(\beta) \quad A\hat{D}B = 3\theta + 90 + \theta + 60 = 3 \cdot 35 + 90 + 35 + 60 = 290^\circ$$

Επομένως το τόξο  $A\hat{D}B = 290^\circ$ , το τόξο είναι ίσο με την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία

$$A\hat{B}D = 360 - 3\theta = 360 - 3 \cdot 35 = 255^\circ$$

Επομένως το τόξο  $A\hat{B}D = 255^\circ$ , το τόξο είναι ίσο με την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία