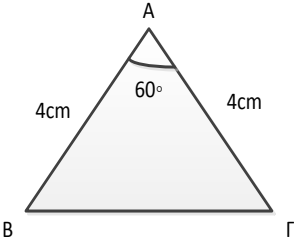
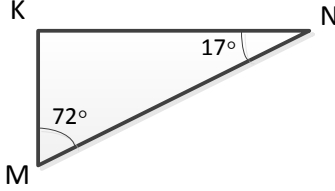


ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΙΙ (Ενότητα 9)

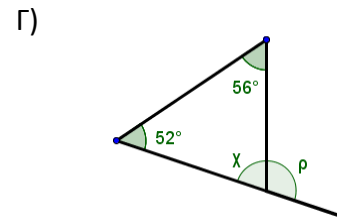
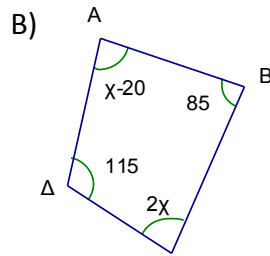
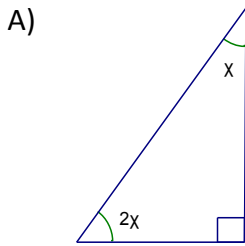
1. Να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα.

ΤΡΙΓΩΝΟ	ΕΙΔΟΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ		ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΛΕΥΡΩΝ /ΓΩΝΙΩΝ
	Ως προς πλευρές	Ως προς γωνίες	
	<i>ισόπλευρο</i>	<i>οξυγώνιο</i>	$B\Gamma = 4\text{ cm}$ $x + x + 60 = 180$ $2x = 120$ $x = \frac{120}{2} = 60^\circ = \hat{\Gamma}$
	<i>σκαληνό</i>	<i>αμβλυγώνιο</i>	$\hat{K} = 180 - 72 - 17$ $= 91^\circ$

2. Να γράψετε **ορθό ή λάθος** στις πιο κάτω προτάσεις.

- α) Υπάρχουν αμβλυγώνια τρίγωνα που είναι ισόπλευρα. Λ
- β) Το ορθογώνιο τρίγωνο έχει δύο οξείες γωνίες. Σ
- γ) Το ισοσκελές τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες. Σ
- δ) Υπάρχουν ορθογώνια τρίγωνα που είναι ισοσκελή. Σ
- ε) Το αμβλυγώνιο τρίγωνο έχει δύο οξείες γωνίες. Σ
- στ) Υπάρχουν αμβλυγώνια τρίγωνα που είναι ισοσκελή. Σ
- ζ) Η εξωτερική γωνία ενός τριγώνου είναι 40° . Το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο. Σ
- η) Το αμβλυγώνιο τρίγωνο έχει δύο αμβλείες γωνίες. Λ
- θ) Έγκεντρο είναι το σημείο τομής των διχοτόμων ενός τριγώνου Σ
- ι) Σε ισοσκελές τρίγωνο το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση είναι και διάμεσος Σ
- κ) Όλα τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι οξυγώνια. Σ

3. Να βρείτε τις άγνωστες γωνίες. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



A) $x + 2x + 90 = 180$ (άθρ.γων.τριγ.)

$$\Rightarrow x + 2x = 180 - 90$$

$$\Rightarrow 3x = 90$$

$$\Rightarrow x = \frac{90}{3}$$

$$\Rightarrow x = 30^{\circ}$$

$$\text{και } 2x = 60^{\circ}$$

B) $x - 20 + 2x + 85 + 115 = 360$ (άθρ.γων.τετραπλεύρου)

$$\Rightarrow x + 2x = 360 - 85 - 115 + 20$$

$$\Rightarrow 3x = 180$$

$$\Rightarrow x = \frac{180}{3}$$

$$\Rightarrow x = 60$$

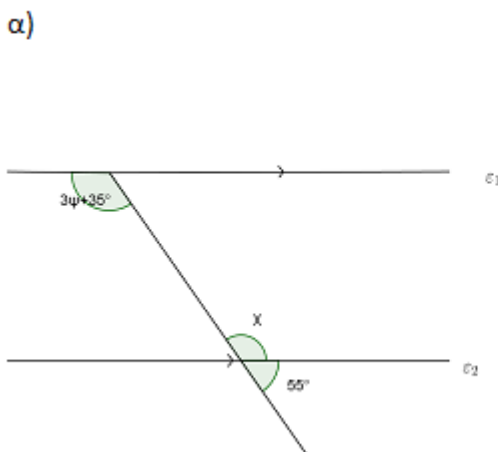
$$2x = 120^{\circ} \text{ και } x - 20 = 40^{\circ}$$

Γ) $\rho = 52 + 56 = 108^{\circ}$ (εξωτερική γωνία τριγ.)

$$x + 108 = 180 \text{ (παραπληρωματικές)}$$

$$\Rightarrow x = 180 - 108 = 72^{\circ}$$

4. Στα πιο κάτω σχήματα $\epsilon_1 // \epsilon_2$. Να υπολογίσετε τις γωνίες χ, ψ και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



$$x + 55 = 180 \text{ (παραπληρωματικές)}$$

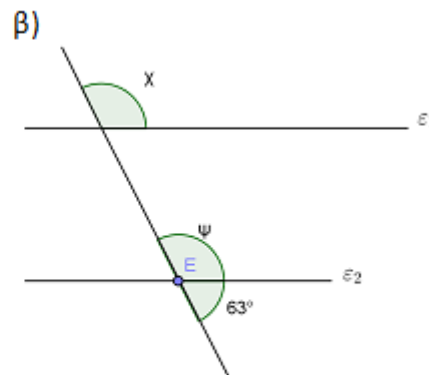
$$x = 180 - 55$$

$$x = 125^{\circ}$$

$$3\psi + 35 = x \text{ (εντός εναλλάξ)}$$

$$\Rightarrow 3\psi + 35 = 125 \Rightarrow 3\psi = 125 - 35$$

$$\Rightarrow 3\psi = 90 \Rightarrow \psi = \frac{90}{3} = 30^{\circ}$$



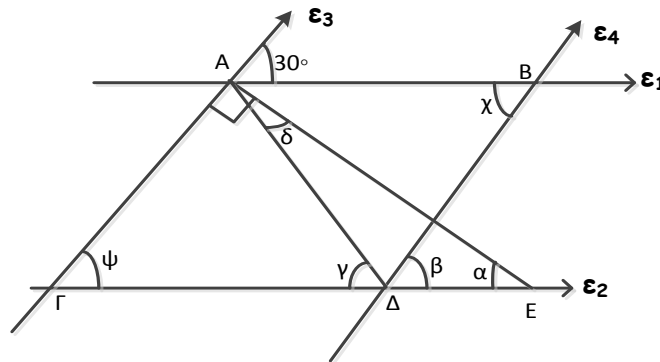
$$\psi + 63 = 180 \text{ (παραπληρωματικές)}$$

$$\Rightarrow \psi = 180 - 63$$

$$\Rightarrow \psi = 117^{\circ}$$

$$x = \psi = 117^{\circ} \text{ (εντός εκτός και επί τα αυτά)}$$

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται ότι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$, $\varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$, $\Gamma A \perp A E$ και ΔA διχοτόμος της $\widehat{\Gamma A B}$. Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ , δ , χ , ψ και να βρείτε το είδος του τριγώνου $A \Gamma \Delta$ ως προς τις πλευρές του. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



$$\psi = 30^\circ \text{ (εντός εκτός και επί τα αυτά } \varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \text{)}$$

$$90 + \psi + \alpha = 180 \text{ (άθροισμα γωνιών τριγώνου } A \Gamma E \text{)}$$

$$\Rightarrow 90 + 30 + \alpha = 180$$

$$\Rightarrow \alpha = 180 - 90 - 30$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\chi = 30^\circ \text{ (εντός εναλλάξ } \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4 \text{)}$$

$$2\gamma + \chi = 180 \text{ (εντός και επί τα αυτά } \varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \text{ και } A \Delta \text{ διχοτόμος)}$$

$$\Rightarrow 2\gamma = 180 - 30$$

$$\Rightarrow 2\gamma = 150$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{150}{2} = 75^\circ$$

$$\beta = \psi = 30^\circ \text{ (εντός εκτός και επί τα αυτά } \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4 \text{)}$$

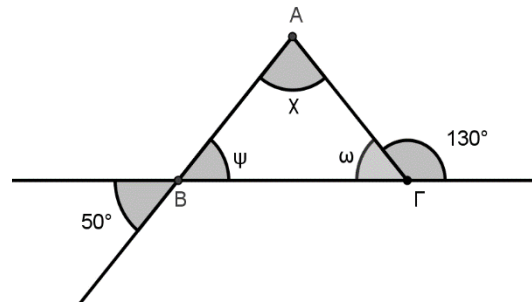
$$\gamma = \alpha + \delta \text{ (εξωτερική γωνία τριγώνου)}$$

$$\Rightarrow 75 = 60 + \delta$$

$$\Rightarrow 75 - 60 = \delta$$

$$\Rightarrow \delta = 15^\circ$$

6. α) Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών χ , ψ , ω και να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.
 β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$:
 ι) ως προς τις πλευρές του.
 ιι) ως προς τις γωνίες του.



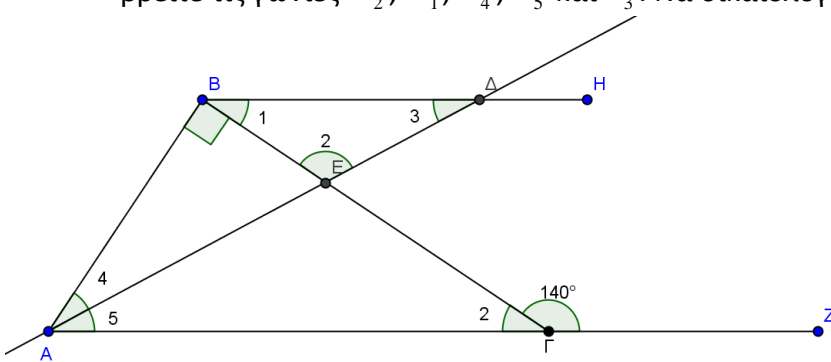
α) $\psi = 50$ (κατακορυφήν)

$\omega + 130 = 180$ (παραπληρωματικές)
 $\Rightarrow \omega = 180 - 130$
 $\Rightarrow \omega = 50^0$

$x + \psi + \omega = 180$ (άθροισμα γωνιών τριγώνου)
 $\Rightarrow x + 50 + 50 = 180$
 $\Rightarrow x = 180 - 50 - 50$
 $\Rightarrow x = 80^0$

β) ι) Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ιι) Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι οξυγώνιο

7. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $BH \parallel AZ$, AE διχοτόμος της $B\hat{A}\Gamma$, $AB \perp BG$ και $B\hat{\Gamma}Z = 140^0$. Να βρείτε τις γωνίες Γ_2 , B_1 , A_4 , A_5 και Δ_3 . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



$\hat{\Gamma}_2 + 140 = 180$ (παραπληρωματικές) $\Rightarrow \hat{\Gamma}_2 = 180 - 140 = 40^0$

$90 + 40 + \hat{A} = 180$ (άθροισμα γωνιών τριγώνου $AB\Gamma$) $\Rightarrow \hat{A} = 180 - 90 - 40 = 50^0$

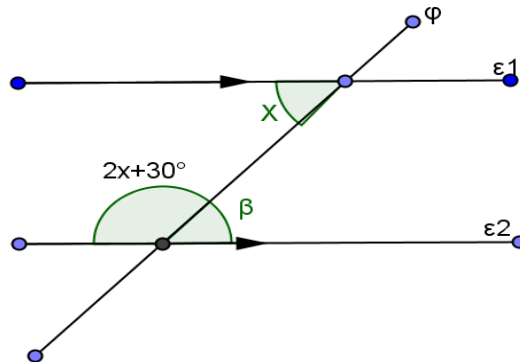
$\hat{A}_4 = \hat{A}_5 = \frac{50}{2} = 25^0$ (AE διχοτόμος της $B\hat{A}\Gamma$)

$\hat{E}_2 = \hat{A}_4 + 90$ (εξωτερική γωνία τριγώνου BAE) $\Rightarrow \hat{E}_2 = 25 + 90 = 115^0$

$\hat{\Delta}_3 = \hat{A}_5 = 25^0$ (εντός εναλλάξ)

$\hat{B}_1 = \hat{\Gamma}_2 = 40^0$ (εντός εναλλάξ)

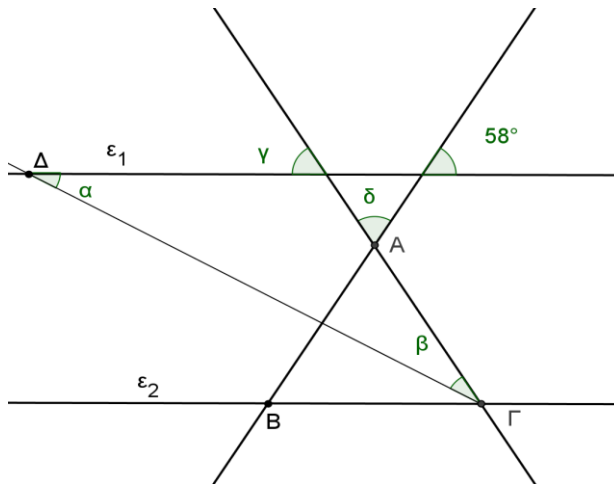
8. Στο σχήμα στα δεξιά οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε τη γωνίες x και β .



$$\begin{aligned}
 2x + 30 + x &= 180 \text{ (ετός και επί τα αυτά)} \\
 \Rightarrow 2x + x &= 180 - 30 \\
 \Rightarrow 3x &= 150 \\
 \Rightarrow x &= \frac{150}{3} \\
 \Rightarrow x &= 50^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x &= \beta \text{ (εντός εναλλάξ)} \\
 \Rightarrow \beta &= 50^\circ
 \end{aligned}$$

9. Στο πιο κάτω σχήμα $\epsilon_1 // \epsilon_2$, $\Gamma\Delta$ είναι διχοτόμος της $\widehat{A\Gamma B}$ και $AB = AG$. Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ , και δ .



$$\widehat{A\hat{B}\Gamma} = 58^\circ \text{ (εντός εκτός και επί τα αυτά)}$$

$$2\beta = 58 \Rightarrow \beta = \frac{58}{2} = 29^\circ \text{ (γωνίες της βάσης ισοσκελούς τριγώνου ABΓ ίσες)}$$

$$\gamma = 2\beta = 58^\circ \text{ (εντός εκτός και επί τα αυτά)}$$

$$\alpha = \widehat{\Delta\Gamma B} = 29^\circ \text{ (εντός εναλλάξ)}$$

$$58 + 58 + \widehat{B\hat{A}\Gamma} = 180 \text{ (άθρ. γων. τριγ. ABΓ)} \Rightarrow \widehat{B\hat{A}\Gamma} = 180 - 58 - 58 = 64^\circ$$

$$\widehat{B\hat{A}\Gamma} = \delta = 64^\circ \text{ (κατακορυφήν)}$$